

SZÉCHENYI ISTVÁN SZAKKOLLÉGIUM

KURZUSBESZÁMOLÓ DOLGOZAT

2009/2010 őszi félév

Modellek a biológiában és a közgazdaságtanban



Készítette: Udvari Zsolt

Kőhegyi Gergely: Természet- és társadalomtudományi analógiák c. kurzus

Kivonat

Dolgozatomban arra a kérdésre kerestem a választ, hogy vannak-e analógiák a közgazdasági és biológiai modellek között. A közgazdasági fogyasztási modellt a biológiai táplálkozási modellel, a közgazdasági játékelméletet az evolúciós játékelmélettel hasonlítottam össze mind a matematikai struktúra, mind a modellek mögött lévő intuíció szempontjából. Elemzésem során arra jutottam, hogy a racionalitást feltételező közgazdaságtani és az azt teljesen mellőző biológiai modellek között szembetűnő hasonlóságok vannak a matematikai formulák és az intuíció szintjén is. A biológusok az evolúcióval, a természetes szelekcióval magyarázzák modelljeik eredményeit. Abból kiindulva, hogy a biológusok ennyire eltérő feltételezésekből hasonló módon vezettek le hasonló eredményeket, az a véleményem, hogy talán van lehetőség lazítani a közgazdasági modellek egy részének szigorú racionalitási feltevésén, ha a közgazdászok jobban megismernék az elméleti ökológusok munkáit.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Fogyasztási modellek	2
2.1. Fogyasztási modell az ökológiában	2
2.1.1. Táplálkozási modell - „a függvényszerű válasz”	2
2.1.2. Kétfajta táplálék és fogyasztási stratégia	3
2.2. Fogyasztási modell a közgazdaságtanban	5
2.3. Analógiák	6
3. Közgazdasági és evolúciós játékelmélet	8
3.1. Teljes információs kevert stratégiai egyensúly	8
3.2. Evolúciós játékelmélet	10
3.3. Analógiák	10
4. Az analógiák következményei	11
5. Konklúzió	11
Irodalomjegyzék	12

1. Bevezetés

A biológia és a közgazdaságtan egyaránt élőlények viselkedését kutatja. A biológia egyik ága, az ökológia az élőlények és környezetük kölcsönhatását vizsgálja. Mivel a Földön rengeteg faj, rengeteg populáció él, az ökológusok általános jelenségeket kezdtek el keresni. Matematikai modelleket alkotnak az apró mikroorganizmusokon át a fejlettebb törzsek viselkedésének, környezetükkel való interakcióik leírására (Gurney–Nisbet, 1998[2]), ugyanúgy modelleket alkotnak, mint a közgazdászok. A két tudomány azonban látszólag nagyon messze van egymástól, az elméleti ökológusok öntudatlan állatokat, növényeket, mikroorganizmusokat vizsgálnak, míg a közgazdászok racionális, gondolkodó embereket.

Dolgozatomban megpróbálom összehasonlítani az elméleti biológusok és a közgazdászok modelljeit, a matematikai struktúráik és a modellekben rejlő intuíciók szempontjából is. Annak ellenérem hogy első ránézésre távol áll egymástól a két tudomány, úgy gondolom, hogy vannak hasonlóságok, és a két tudományág művelői tanulhatnak egymástól.

Először ismertetem a táplálkozás ökológiai modelljét, majd a közgazdasági fogyasztás-elméleti modellt, és összegyűjtöm a kettő közötti analógiákat. Utána összehasonlítom a közgazdasági és az evolúciós játékelméletet, majd megpróbálok következtetéseket levonni a felfedezett analógiákból.

Az ökológiai modellezés gyorsan fejlődő, új tudományág, nekem sajnos csak az alapokat sikerült megismernem a rendelkezésemre álló idő korlátai miatt. Alaposabb kutatással biztosan több, itt nem tárgyalt modellre lehetne akadni, amelyeknek hasonlóságaik vannak egyes közgazdasági modellekkel. A megalapozottabb kutatástól az idő rövideje mellett visszatartottak a korlátozott ökológiai, közgazdasági és matematikai ismereteim is. A közgazdasági és a biológiai modellek összehasonlításának terén már mások is kutattak, ezeket az eredményeket azért nem ismertetem, mert más, a kutatási kérdésem szempontjából irreleváns témákat tárgyalnak.

2. Fogyasztási modellek

A következő fejezetben bemutatok egy, az állatok táplálékfelvételét modellező ökológiai elméletet, majd ismertetem a közgazdasági fogyasztáselmélet legegyszerűbb modelljét. Ezután részletesen megvizsgálom a két modell hasonlóságait és különbségeit.

2.1. Fogyasztási modell az ökológiában

2.1.1. Táplálkozási modell - „a függvényyszerű válasz”

Az élő szervezetek és a környezet közötti interakciók közül az egyik legfontosabb a táplálék keresése és elfogyasztása. Általánosságban azt várjuk, hogy az adott élelmiszer előfordulási gyakoriságától (fellelhetőségétől) függjön az, hogy mennyit fogyasztanak belőle, így azt gondolhatjuk, hogy a két mennyiség között függvényyszerű kapcsolat van. Ezt az összefüggést hívjuk függvényyszerű válasznak (*functional response*). (Gurney–Nisbet, 1998[2]) A függvényyszerű választ először a legegyszerűbb, egyetlen fajta táplálék feltételezése melletti esetben mutatom be.

A modellt Charles Holling alkotta meg, én itt teljes egészében Gurney–Nisbet(1998)[2] alapján ismertetem. Tekintsünk egy N egyedből álló populációt, ahol az egyedek kétféle tevékenységet végezhetnek: táplálékot keresnek vagy pedig éppen fogyasztják azt. Fogyasztásnak számít az is, ha az állat már megette a táplálékot, de még nem kezdett újra keresésbe (természetesen feltesszük, hogy amelyik egyed fogyasztja a táplálékot, az nem keres azzal egy időben). A keresési folyamat modellezése rendkívül egyszerű. F mennyiségű megkülönböztethetetlen táplálék oszlik el véletlenszerűen egy adott A területen. Bármely táplálékot kereső állat egy időegység alatt V_S nagyságú területet derít fel, így időegységenként átlagosan $V_S F/A$ mennyiségű élelmet talál. Feltesszük, hogy ha egy állat táplálékot talált, akkor felhagy a kereséssel τ ideig. Ezután azzal a leggyakoribb feltevessel élünk, hogy az adott egyed egy konstans $\Delta t/\tau$ valószínűséggel kezdi újra a keresést egy Δt hosszúságú időintervallumban (tehát egy időegység alatt $1/\tau$ valószínűséggel).

Jelölje N_S , N_H rendre a kereső, illetve a fogyasztó egyedek számát t időpontban (a fenti feltevésünk miatt nyilvánvalóan $N_H = N - N_S$). Mivel egy kereső egyed fogyasztóvá válik, ha élelmet talál, és egy fogyasztó időegység alatt $1/\tau$ valószínűséggel talál táplálékot, a kereső egyedek változásának rátája

$$\frac{dN_S}{dt} = \frac{1}{\tau}N_H - \frac{V_SF}{A} = \frac{1}{\tau}(N - N_S) - \frac{V_SF}{A}N_S. \quad (1)$$

F -et konstansnak tekintjük, mert lassan változik τ fogyasztási időhöz viszonyítva. A kereső egyedek száma a $dN_S/dt = 0$ egyensúlyi pontban

$$N_S^* = \frac{N}{1 + \tau V_S F/A}. \quad (2)$$

Ebben az állandósult állapotban az N egyedből álló populáció $V_S(F/A)N_S^*$ mennyiségű táplálékot fog találni, így az átlagosan egy időegység alatt egy egyedre jutó táplálék (U -val jelölt) mennyisége

$$U = \frac{V_S F/A}{N} N_S^* = \frac{V_S F/A}{1 + \tau V_S F/A} \quad (3)$$

lesz. A kapcsolat F táplálékmennyiség és U táplálékfelvételi ráta között tisztábban látható, ha bevezetjük a

$$U_{\max} \doteq \frac{1}{\tau}, \quad F_H \doteq \frac{A}{\tau V_S}$$

jelöléseket, és így a (3) egyenlet a

$$U = U_{\max} \cdot \frac{F}{F_H + F} \quad (4)$$

alakba írható.

Gurney–Nisbet(1998)[2] ezután megjegyzéseket és értelmezéseket ad (4) $U_{\max}$ és F_H változóira, de ez a közgazdasági analógia szempontjából nem releváns. Annál inkább az a modell egy más alakban felírt változata, ahol a táplálékot nem darabszámban, hanem tápanyagtartalommal mérjük. Ez közvetlenül a (4) egy másik, A -val leosztott alakjából következik, amely $F/A \doteq f$ *élelemsűrűségekből* indul ki(tehát f az F abszolút táplálékmennyiség területhez viszonyított relatív mennyisége). Jelölje w a táplálék tápanyagtartalmát, $wf \doteq \rho$ pedig a *tápanyagsűrűséget* (ez a tulajdonság az adott élelem fellelhetőségét súlyozza a tápanyagtartalmával, így tekinthetjük az f pontosított, a lényegre inkább rámutató formájának). Ebben az egyenletben a táplálékfelvételi ráta (U) helyett tápanyagfelvételi ráta (I) szerepel:

$$I = I_{\max} \cdot \frac{\rho}{\rho_H + \rho}. \quad (5)$$

Ennek a ρ -nak következő modellben lesz jelentősége. Az irodalom a (4) és (5) típusú egyenleteket nevezi függvényyszerű válasznak, mert azt fejezi ki, hogy az egyedek egy fogyasztási rátával válaszolnak a táplálék fellelhetőségére.

2.1.2. Kétfajta táplálék és fogyasztási stratégia

A laboratóriumon kívül ritkán fordul elő, hogy az adott egyed csak egyféle táplálékot fogyasszon. Ezt a modellt is Gurney–Nisbet(1998)[2] alapján ismertetem.

Kezdetként feltehetjük azt, hogy az adott egyed egyszerre keresi az összes típusú táplálékot, vagy azt, hogy egyszerre csak egyfélét kereshet. A közgazdasági analógia szempontjából arra az esetre van szükségem, ahol az egyed egyszerre csak egyféle táplálékot

kereshet. Az egyszerűség kedvéért kétféle táplálékot fogok vizsgálni. ρ_1 jelöli az egyik, ρ_2 a másik táplálék tápanyagsűrűségét. Az egyed a keresésre szánt idejének σ hányadát fordítja az első fajta, $1 - \sigma$ hányadát a második fajta táplálék keresésére. Az élelmek fellelhetőségére adott függvényyszerű válasz így

$$I = I_{\max} \cdot \frac{\sigma \rho_1 + (1 - \sigma) \rho_2}{\rho_H + \sigma \rho_1 + (1 - \sigma) \rho_2} \quad (6)$$

alakban írható fel.

Gurney–Nisbet(1998)[2] ezután a fogyasztási stratégiát tárgyalja. Ha az egyed egyszerre csak egyfajta táplálék keresésére fordíthatja az idejét, akkor a tényleges felvett tápanyagmennyiség függ ettől a σ -tól. Például ha túl sok időt fordít a ritkább, vagy éppen gyakoribb, de jóval kisebb tápanyagtartalmú (tehát alacsonyabb tápanyagsűrűségű) táplálékra, akkor kevesebb tápanyagot tud majd felvenni, mintha a könnyebben fellelhető táplálékot keresné.

Levonhatjuk azt a következtetést, hogy ha az egyed nem kereshet egyszerre többfajta táplálékot, akkor jobban járhat, ha keresési stratégiája alkalmazkodik a tápanyagok fellelhetőségének szerkezetéhez. Az evolúciós irodalom ezt *optimális keresési elméletnek* (optimal foraging theory) nevezi, és azt állítja, hogy a legkifizetődőbb stratégia az, ha az egyed mindig csak a legkönnyebben fellelhető táplálékot keresi. Formálisan:

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{ha } \rho_1 > \rho_2 \\ 0 & \text{különben.} \end{cases} \quad (7)$$

Egy ilyen stratégia bizonyos körülmények között elképzelhető lehet a gyakorlatban is. Annak ellenére, hogy az adott egyed csak egyféle élelmet keres, a másik (esetlegesen a könnyebben hozzáférhető) táplálékról szóló információ megszerezhető a keresés „melléktermékeként”. Viszont más körülmények között (például ha a két táplálék egymástól teljesen elkülönült helyen van), akkor az optimális fogyasztás (mindig a könnyebben fellelhető élelem keresése) szükséges információ nem érhető el úgy, hogy az egyed eltérjen a (7) által megadott stratégiától. Egy olyan stratégiát kell keresnünk, amely közel van az optimálishoz, de végrehajtható akkor is, ha nem térünk el az egyszerre csak egy élelem kereshető feltevéstől.

Tegyük fel, hogy megfelelő időszak alatt átlagosan mindkét típusú eledelt keressük (természetesen egyszerre csak egyet), de az adott táplálék keresésére fordított idő függ a táplálék tápanyagsűrűségétől. Azt szeretnénk, ha olyan modellünk lenne a keresési folyamatra, amely szerint az egyed mindkét típusú élelem keresésére fordít időt, de a könnyebben hozzáférhetőre koncentrálna nagyobb mértékben. Megtartva a σ , ρ_1 , ρ_2 jelöléseket, egy olyan egyenletre van szükségünk, amely szerint σ 0-hoz tart, ha $\rho_1 \rightarrow 0$, és egyhez tart, ha $\rho_2 \rightarrow 0$, ezért az első táplálékra fordított időhányadot az alábbi formulával adjuk meg:

$$\sigma = \frac{\rho_1^q}{\rho_1^q + \rho_2^q}. \quad (8)$$

$q = 1$ esetén lineáris, $q = 2$ esetén kvadratikus stratégiáról beszélünk. Bár a kvadratikus jobban illeszkedik a fent megadott optimális stratégiához, mindkettőre igaz az, hogy hatásosabbak, mintha σ egy konstans lenne. Láthatjuk, hogy egy lassan változó környezetben (egyszerre kizárólag egy élelemfajta keresésének lehetősége mellett) a legjobb stratégia az, ha az állatok a legkönnyebben fellelhető élelemre koncentrálnak, de közben elég időt fordítanak a kevésbé gyakori egyéb élelemfajtákra is, hogy észrevegyék az élelemforrások relatív változásait is, és alkalmazkodhassanak a változásokhoz.

2.2. Fogyasztási modell a közgazdaságban

Az előző alfejezetben a fogyasztás ökológiai modelljét ismertettem, jelen alfejezetben a fogyasztás közgazdasági modellezésének egyik egyszerű változatát mutatom be Varian(2005)[4] alapján, először egy-, majd kéttermékes változatban. A modell szerint a fogyasztók egy *jószág* (termék) fogyasztásának mennyiségéről (x) döntenek a jószág árának, p_x -nek, és a fogyasztó jövedelmének, m -nek ismeretében. A fogyasztókról feltesszük, hogy racionálisak. Ez azt jelenti, hogy maximalizálják az úgynevezett hasznosságukat (U). U az általuk fogyasztott jószágok monoton növekvő függvénye: minél többet fogyasztanak, annál jobban érzik magukat. A fogyasztók nem költhetnek többet a jószág egységeinek vásárlására, mint a jövedelmük, tehát teljesülnie kell a

$$p_x x \leq m \quad (9)$$

egyenlőségnek, a *költségvetési korlátnak*.

Ebben az egyszerű egytermékes modellben a fogyasztó akkor érzi a lehető legjobban magát (azaz akkor maximalizálta hasznosságát), ha a lehető legtöbb jószágot fogyasztja, és ezt akkor tudja elérni, ha elkölti összes jövedelmét: $p_x x = m$. Ebből következően az optimális fogyasztási mennyiség

$$x = \frac{m}{p_x} \quad (10)$$

lesz.

A kéttermékes modellben két jószágunk van, ezeket x és y mennyiségben fogyasztjuk, áraik p_x és p_y . A költségvetési korlát ebben az esetben ilyen formát ölt:

$$p_x x + p_y y = m. \quad (11)$$

A kéttermékes modellben már nem olyan egyszerű a helyzet, mint az egytermékesben volt, itt meg kell különböztetnünk a két jószágot, ugyanis nem feltétlenül egyformán

hatnak a fogyasztó hasznosságára. Ez a fogyasztó *preferenciáitól* függ, U pedig ezen preferenciákat reprezentáló függvény. Több preferenciatípust különböztetünk meg, nekem a biológiai modellel való analógiához a *tökéletes helyettesítő* és a *Cobb-Douglas* preferenciákra van szükségem.

Tökéletes helyettesítő preferenciák esetén a két jószág bizonyos arányban (legyen $a_1:a_2$) helyettesíti egymást, a fogyasztónak teljesen mindegy, hogy az első jószágból fogyaszt a_1 , vagy a másodikból a_2 darabot. Emiatt a tulajdonság miatt a fogyasztó legtöbbször csak az egyik jószágot fogja fogyasztani (nevezetesen azt, amelyik relatíve olcsóbb neki), *szélső ponti optima* van. A tökéletes helyettesítő preferenciák esetén a fogyasztó optimális fogyasztása az első jószágból¹

$$x = \begin{cases} m/p_x & \text{ha } p_x a_1 < p_y a_2 \\ 0 & \text{különben.} \end{cases} \quad (12)$$

A Cobb-Douglas preferenciák tulajdonságai miatt belső ponti megoldást szolgáltatnak, azaz a fogyasztó mindkét jószágot fogyasztja, de emellett a két jószág bizonyos mértékig helyettesítheti egymást. A Cobb-Douglas preferenciákat reprezentáló hasznossági függvény

$$U = x^{a_1} y^{a_2}$$

alakú. Ha maximalizáljuk ezt a függvényt a feltétel mellett, akkor az első jószág optimális fogyasztási mennyiségeként a következőt kapjuk:

$$x = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \frac{m}{p_x}. \quad (13)$$

Az előző két alfejezetben bemutattam a fogyasztás biológiai és közgazdasági modelljeit, a következőben megvizsgálom a kettő közötti analógiákat.

2.3. Analógiák

Nézzük az egyféle táplálékos és az egytermékes modellt! A legnagyobb különbség a kettő között, hogy míg a közgazdasági modell egyszerű statikus, a biológiai dinamikus. A közgazdasági modellt tovább lehetne fejleszteni olyan irányban, hogy bevezetjük az idődimenziót, ezáltal a két modell teljesen hasonló lenne, én azonban a másik megoldást választom, a biológiai modellt fogom egyszerűsíteni, a célnak ez is megfelel, hiszen nem az a célom, hogy a (állati és emberi) populációk dinamikus fogyasztási egyensúlyát vizsgáljam, hanem hogy az állatok, illetve az emberek (statikus) fogyasztási döntéseit összehasonlítsam. Ha kivesszük az idődimenziót (3)-ból, akkor nem kell foglalkoznunk a táplálékot keresők és

¹Az általam itt megadott formula nem azonos a Varian(2005) által használttal, de a vizsgált kérdés szempontjából ennek az egyszerűsítésnek nincs nagy jelentősége

az éppen fogyasztók megkülönböztetésével (hiszen az idődimenzió nélkül nincs értelme), így a modell jelentősen egyszerűbb, az egy főre eső táplálékfelvétel a következő lesz:

$$U = fV_S. \quad (14)$$

Most már felállíthatjuk az (intuitív) analógiákat a változók között. V_S az az idő, amelyet az állat a táplálék keresésére fordít, m a jövedelem, amit a fogyasztó a jószág megvásárlására költ, mindkettő olyan változó, amely fölött a vizsgált szereplő gyakorolja az irányítást, és amellyel mintegy beruház a kívánt termék megszerzésébe. f a táplálék relatív előfordulási mennyisége, p_x a jószág ára, mindkettő olyan mennyiség, amelyet a szereplő nem tud befolyásolni, és amelyek meghatározzák, hogy mennyit lehet az adott termékből megszerezni. Ha figyelembe vesszük, hogy f változása pozitív, p_x változása negatív összefüggésben van a megszerezhető termékmennyiséggel, akkor láthatjuk, hogy a fogyasztási mennyiségeket megadó matematikai formulák között is hasonlóság van:

$$U = fV_S, \quad x = \frac{m}{p_x}.$$

Minkét modellben látható a cselekvő függvényyszerű válasza a termék elérhetőségére.

További analógiákat hoz nekünk a kéttermékes-két fajta táplálékos modell. Bevezetem μ -t, ami a jövedelem első jószágra költött hányadát fogja jelölni. A (12) és (13) egyenletekből μ kifejezve a tökéletes helyettesítő, illetve a Cobb-Douglas esetben:

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{ha } p_x a_1 < p_y a_2 \\ 0 & \text{különben.} \end{cases} \quad (15)$$

$$\mu = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \quad (16)$$

Ezek a formulák megdöbbenően hasonlítanak az optimális keresés elmélete szerinti (7) és (8) formulákra:²

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{ha } \rho_1 > \rho_2 \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}.$$

A matematikai kifejezések hasonlósága egyáltalán nem véletlen. (7) és a tökéletes helyettesítés között világos intuitív kapcsolat van. A fogyasztónak mindegy, hogy melyik jószágot fogyasztja az adott arány mellett. Az állatnak mindegy, hogy melyik táplálékot fogyasztja adott tápanyagtartalom mellett, tehát az állatnak tökéletes helyettesítő preferenciái vannak a két különböző táplálékra nézve. A ρ w és f szorzata, ahol w a tápanyagtartalom, vagyis az az érték, amely növeli a táplálék értékét ($a_1!$), f pedig, mint már

²q=1 helyettesítéssel

említettem, p_x -szel analóg. (A fordított relációjel f és p_x ellentétes előjelű szerepe miatt van.)

A (8) formula és a Cobb-Douglas eset között pedig azért van analógia, mert a (8) mögötti intuíció ugyanúgy a belső ponti megoldás volt (az állat keresse mind a kétféle táplálékot). Ha ρ_1 -et és ρ_2 -t kicsit máshogy értelmezzük, mint ahogy fent tettem, akkor itt is megkapjuk az analógiát: a_1 és a_2 a két jószág egymáshoz viszonyított fontosságát fejezték ki, ugyanez igaz ρ_1 -re és ρ_2 -re is. μ a jövedelem első jószágra költött hányadát, σ a keresési idő első típusú táplálékra fordított hányadát jelenti, a két paraméter közötti analógiához nem fér kétség.

A közgazdaságtan racionális egyén optimalizálásának feltevésével hozta ki az eredményt, Gurney–Nisbet(1998)[2] sajnos nem fejt ki, hogy az elméleti ökológusok mi alapján jutottak ezekre az eredményekre, de racionális és optimalizáló állatok egészen biztosan nem jutottak az eszükbe. A következő szakaszban tárgyalt közgazdasági és evolúciós játékelmélet vizsgálatával erre a kérdésre szeretnék választ találni.

3. Közgazdasági és evolúciós játékelmélet

A következő fejezetben a közgazdasági és evolúciós játékelméletet fogom összehasonlítani. Az evolúciós játékelmélet legegyszerűbb modellje a kevert egyensúlyon alapszik, ezért először leírom a teljes információs kevert Nash-egyensúly lényegét (és az ehhez szükséges alapfogalmakat), majd hozok rá egy közgazdasági példát. Ezután bemutatom a közismert Héja-Galamb játékot, majd összehasonlítom a két modellt.

3.1. Teljes információs kevert stratégiai egyensúly

A játékelmélet olyan többszereplős döntési szituációkkal foglalkozik, ahol a kimenetek nem csak egy szereplő döntésétől, hanem több „játékos” együttes cselekvésétől függ. A játékelméletet eredetileg gazdasági szituációk modellezésére találták ki, de később a biológusok is alkalmazták. Mind a közgazdasági, mind a biológiai-evolúciós játékelméletnek komoly, nagy mennyiségű irodalma van, én sajnos itt csak a játékelmélet egyik alapfogalmán, a teljes információs kevert stratégiai egyensúlyon keresztül mutatom be a két alkalmazási terület közötti analógiákat (és különbségeket). Fudenberg–Tirole[1991][1] alapján ismertetem a kevert stratégia koncepcióját és a megértéséhez szükséges játékelméleti alapfogalmakat.³

A normál formában felírt játékokat alapvetően három konstrukció definiálja: a játékosok halmaza, a játékosok stratégiáihalmazai, valamint a játékosok kifizetőfüggvényei. Az

³Ezen írás célja nem a játékelméleti fogalmak precíz kimondása, így sajnos csak felületesen ismertetem ezeket a fogalmakat.

adott játékos stratégiáihalmaza tartalmazza a tiszta stratégiákat, amelyek közül a játékos kiválasztja azt a stratégiát, amelyet játszani fog. A játékosok kifizetőfüggvényei hasznosságfüggvények, amelyek minden kimenethez (ún. stratégiaprofilhoz) megadják az adott játékos kifizetését. A játékosok racionálisak, azaz maximalizálják kifizetésüket. A teljes információ azt jelenti, hogy a játék struktúrája és a játékosok racionalitása köztudott tudás. Akkor mondjuk valamire, hogy köztudott, ha mindenki tudja, továbbá mindeki tudja hogy mindenki tudja és így tovább tetszőleges lépésen keresztül.

A játékelmélet egyik központi fogalma a Nash-egyensúly: Nash-egyensúly akkor áll fenn, ha a többi játékos adott döntése mellett egyik játékos sem akar elmozdulni az egyensúlyi stratégiaprofilból. Úgy is megfogalmazhatjuk, hogy a Nash-egyensúlyban a játékosok kölcsönösen a legjobb választ játsszák egymás stratégiáira. Sok olyan játék van azonban, ahol a tiszta stratégiák halmazán nincsen Nash-egyensúly. A kevert stratégiák halmazán viszont elég általános körülmények között létezik a (kevert) Nash-egyensúly.

Egy játék kevert bővítésén azt a játékot értjük, ahol a játékosok nemcsak tiszta stratégiákat játszhatnak, hanem egy, a tiszta stratégiák feletti valószínűségi eloszlás szerint játszhatnak például az egyik, illetve másik stratégiájukat 0,5-0,5 valószínűséggel. Tekintsünk egy egyszerű példát!

	C	N
C	$-1, -1$	$6, 0$
N	$0, 6$	$3, 3$

A játékban két vállalat szerepel, akik azonos piacon versenyeznek. Két lehetséges tiszta stratégiájuk van, agresszívan árat csökkentenek (C), vagy nem (N). A mátrix szemlélteti a kifizetéseket, az első szám a sorjátékosé, a második az oszlopjátékosé. Ha csak az egyik vállalat csökkent árat, akkor leföli az egész piacot, a másik pedig hoppon marad. De ha mindketten árat csökkentenek, akkor mindketten rosszul járnak.

Tekintsük a játék kevert bővítését! Ekkor a sorjátékos p valószínűséggel játszik C -t, $1 - p$ valószínűséggel N -t, oszlopjátékos q valószínűséggel játszik C -t, $1 - q$ -val N -t. A játéknak akkor van kevert stratégiai egyensúlya, ha egyik játékosnak sem éri meg eltérni az adott stratégiaprofiltól. Ez akkor fog fennállni, ha a játékosok tiszta stratégiákkal elérhető kifizetései egyenlőek lesznek (tehát nem lesz érdemes eltérni valamelyik tiszta stratégia választásával.) Felírva ezt a feltételt mindkét játékosra, kiszámolhatjuk p és q értékét.

$$-1q + 6 - 6q = 3 - 3q \longrightarrow q = \frac{3}{4}$$

$$-1p + 6 - 6p = 3 - 3p \longrightarrow p = \frac{3}{4}$$

Azt kaptuk tehát, hogy a sorjátékos és az oszlopjátékos egyaránt $\frac{3}{4}$ valószínűséggel csökkent árat.

3.2. Evolúciós játékelmélet

Az evolúciós játékelmélet úttörője Smith(1982)[3] volt, híres Héja-Galamb játékaival. A Héja és a Galamb képletesen értendő, azonos faj agresszív és békés egyedeiről van szó. A játék arról szól, hogy egy Héja és egy Galamb egyszerre akadnak rá egy élelemforrásra. Ha két Héja találkozik, akkor verekednek és megsebesülnek. Ha egy Héja és egy Galamb találkozik, akkor a Héja elkergeti a galambot, és övé lesz az összes élelem. Ha két Galamb találkozik, akkor békésen fele-fele arányban részesülnek a talált élelemből. A játékelméleti szituáció adja magát, többszereplős döntési helyzet, ahol a kimenetel több szereplő stratégiáinak interakciójától függ. A játék reprezentálható a következő mátrixszal⁴:

	H	G
H	$-1, -1$	$6, 0$
G	$0, 6$	$3, 3$

Szintén vehetjük a játék kevert bővítését, és kiszámolhatjuk p és q értékét:

$$-1q + 6 - 6q = 3 - 3q \longrightarrow q = \frac{3}{4}$$

$$-1p + 6 - 6p = 3 - 3p \longrightarrow p = \frac{3}{4}$$

Ebben az esetben p és q nem azt jelentik, mint a közgazdaságtanban. A kevert stratégiának is egy új értelmezését nyerjük, az állatok ugyanis nem randomizálnak a saját stratégiáik között, hanem genetikailag játsszák a tiszta stratégiáikat. Az evolúció során aztán azok az egyedek, akik stratégiáik miatt nem szerepelnek majd jól a társakkal való interakciókban, elpusztulnak, és a populáció összetétele a kevert Nash-egyensúlynak megfelelő állapotba fog beállni, azaz $3/4$ arányban Héják, $1/4$ arányban Galambok lesznek a populációban.

3.3. Analógiák

A közgazdasági és az evolúciós modell matematikai struktúrája teljesen megegyezik, a két modell között egyértelmű az analógia, a módszertant az egyik tudomány vette át a másiktól. A kevert egyensúly számszerűsített értékének kiszámolási módja is ugyanaz volt, ez nagyon jól látszik abból, hogy ugyaneolyan kifizetések megadásával az egyensúlyi kevert stratégiák is megegyeztek. A két modell feltételrendszere között viszont óriási el-
lentmondás van. A közgazdasági modellben ott van a racionalitás és a köztudott tudás. Köztudott tudás az állatoknál? Ezt lehetetlen elképzelni. Az elméleti biológusok mégis átvették a modellt, és sikerrel alkalmazták. Smith(1982)[3] csak biológiai feltételeket állított modelljéhez, nyoma sincs sehol a köztudott tudásnak.

⁴a példa lényege Smith(1982)-től származik, de a számokat én adtam meg így

4. Az analógiák következményei

Ugyanazt az eredményt, amit a közgazdasági modellek produkálnak a racionalitás és a köztudott tudás feltevéseivel, a biológusok ezek nélkül is elérik. Ugyanezt láttuk a fogyasztási modelleknél is, az öntudatlan állatok az evolúciós modellek szerint pontosan ugyanúgy viselkednek, mint a közgazdaságtan racionális és önérdekkövető „kalkulátorai”. Nem lehetséges akkor, hogy a közgazdasági modellek optimalizáló szereplőinek viselkedését nem feltétlenül a racionalitási feltevés alapján kellene igazolni, hiszen ugyanezt az eredményt látjuk néhány ökológiai modellben?

Fudenberg–Tirole(1991)[1] is megemlíti, hogy a Nash-egyensúly elérhető tanulás útján a köztudott tudás feltételezése nélkül is, és megemlíti Smith eredményeit is. Talán a játékelméleten kívül (például a szűkebb értelemben vett mikroökonómiában) is érdemes lenne megvizsgálni, hol lehet esetleg lazítani a szokásos racionalitási posztulátumokon, és hogyan. Ha a biológusok átvették a játékelméletet a közgazdászoktól, akkor könnyen lehet, hogy a közgazdászok is tanulhatnak tőlük valamit. Így talán közelebb lehetne hozni a közgazdaságtant azokhoz, akik úgy gondolják, hogy az egész elmélet használhatatlan, mert „az emberek nem viselkednek racionálisan.”

5. Konklúzió

Dolgozatomban megvizsgáltam a fogyasztás biológiai és közgazdasági modelljét, és arra jutottam, hogy a két elmélet között hasonlóságok vannak mind a matematikai struktúra, mind a modellek mögött lévő intuíció szempontjából. Az alapvető különbség a két modell között a racionalitás feltevése volt, elég furcsának tűnt, hogyan lehet két, feltevéseiben ennyire különböző modell ennyire hasonló egymáshoz.

Azért, hogy feloldjam ezt az ellentmondást, megvizsgáltam a közgazdasági és a biológiai játékelmélet közötti hasonlóságokat és különbségeket, amelyekből kiderül, hogy az evolúció, a természetes kiválasztódás révén eljuthatunk olyan állapotba, amelyikbe a racionalitás és egyéb, tudásra vonatkozó feltevések vinnének minket. Ha a biológusoknak sikerült ennyire meglazítani a közgazdasági játékelmélet feltevéseit, ezen az úton elindulva talán máshol is sikerül kevésbé riasztó formában megfogalmazni a modellfeltevéseket.

Irodalomjegyzék

Hivatkozások

- [1] D. Fudenberg és J. Tirole. *Game Theory*. MIT Press, London, 1991.
- [2] W. S. C. Gurney és R. M Nisbet. *Ecological Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1998.
- [3] J. M. Smith. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1982.
- [4] H. Varian. *Mikroökonómia középfokon*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2005. (ford.: Bara, Z.-Temesi, J.).